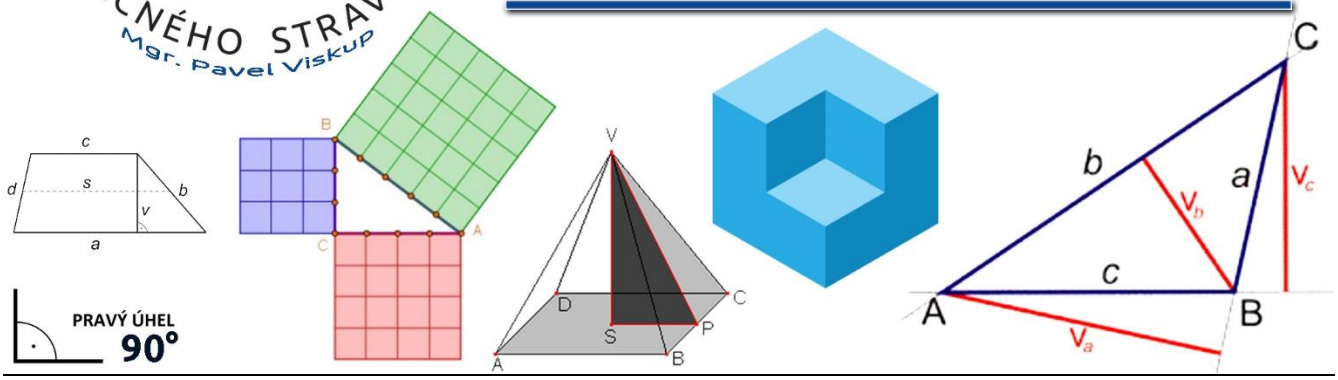
MATEMATIKA

— 2. díl – maturitní obory

Geometrie



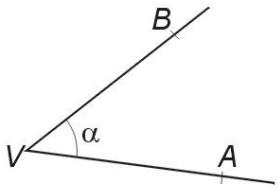
Výsledky některých cvičení jsou uvedeny za příklady v závorkách. [ ] { } ( )

Násobky a díly jednotek

Název	Značka	Znamená násobek	
exa	**E**	1 000 000 000 000 000 000	10^{18}
peta	**P**	1 000 000 000 000 000	10^{15}
tera	**T**	1 000 000 000 000	10^{12}
giga	**G**	1 000 000 000	10^{9}
mega	**M**	1 000 000	10^{6}
kilo	**k**	1 000	10^{3}
hekto	**h**	100	10^{2}
deka	**dk**	10	10^{1}
deci	**d**	0,1	10^{-1}
centi	**c**	0,01	10^{-2}
mili	**m**	0,001	10^{-3}
mikro	**μ**	0,000 001	10^{-6}
nano	**n**	0,000 000 001	10^{-9}

P l a n i m e t r i e

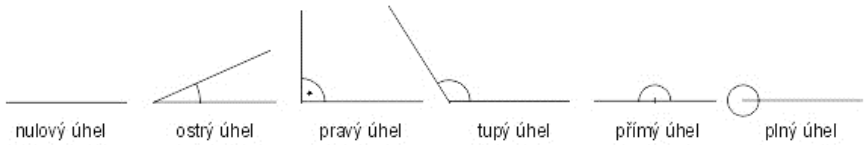
Úhel



úhel ..... ∢AVB nebo α
ramena ... $\overrightarrow{VA}$, $\overrightarrow{VB}$
vrchol V

- **Konvexní úhel** je úhel přímý nebo menší než přímý.
- **Konkávní úhel** je větší než přímý úhel.

- **Nulový úhel** je úhel, jehož ramena leží na sobě.
- **Ostrý úhel** je úhel menší než pravý úhel.
- **Pravý úhel** je polovina přímého úhlu. Pravý úhel se označuje tečkou v obloučku. Dvě přímky v pravém úhlu dělí plochu na 4 shodné kvadranty.
- **Tupý úhel** je větší než pravý úhel, ale menší než přímý úhel.
- **Přímý úhel** je úhel, jehož ramena jsou opačné polopřímky (tzn. 180°).
- **Plný úhel** je úhel, jehož ramena leží na sobě, za úhel se považuje *celá rovina* kolem nich.
- **Kosý úhel** je úhel, který není nulový, pravý, přímý nebo plný
- **Dutý úhel** je úhel, který je větší než přímý úhel a menší než plný úhel



Měření úhlu

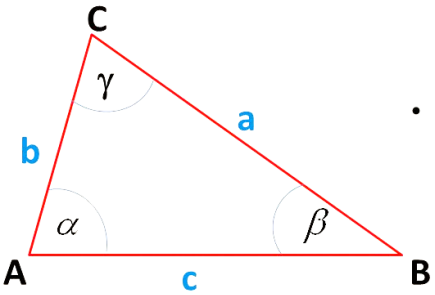
° stupeň – ´ minuta – ´´ vteřina **1° = 60´** **1´ = 60´´** **1° = 3 600´´**

0,1° = 6´ **0,2°=12´** **0,3°=18´** **0,4°=24´** **0,5°=30´**

Trojúhelník

Geometrický útvar určený třemi body, neležícími v jedné přímce.

Obecný trojúhelník



- Každá strana a každý úhel mají jinou velikost
- Součet všech vnitřních úhlů v libovolném trojúhelníku je 180°

α +ß + γ = 180°

Trojúhelníková nerovnost

Součet dvou libovolných stran je vždy delší než strana třetí

a + b > c
a + c > b
b + c > a

Druhy trojúhelníků

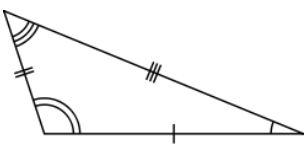
Podle stran

Obecný trojúhelník (též různostranný) – žádné dvě strany nejsou shodné

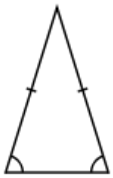
Rovnoramenný trojúhelník – dvě strany jsou navzájem shodné, ale nejsou shodné s třetí stranou

Rovnostranný trojúhelník – všechny strany jsou shodné

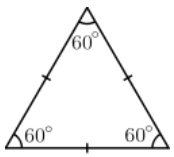
Obecný



Rovnoramenný



Rovnostranný



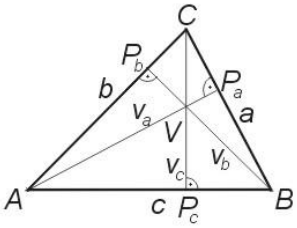
Podle úhlů

Ostroúhlý trojúhelník – všechny vnitřní úhly jsou ostré

Pravoúhlý trojúhelník – jeden vnitřní úhel je pravý, zbývající dva jsou ostré

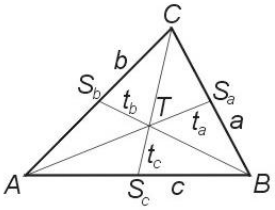
Tupoúhlý trojúhelník – jeden vnitřní úhel je tupý, zbývající dva jsou ostré

Výšky

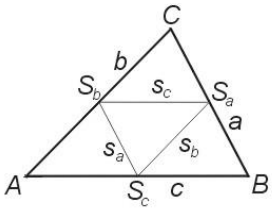


výšky ..... v_a, v_b, v_c
paty výšek ..... P_a, P_b, P_c
ortocentrum ... V

Střední příčky, těžiště

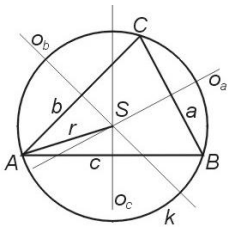


těžnice ..... t_a, t_b, t_c
středy stran ... S_a, S_b, S_c
těžiště ..... T

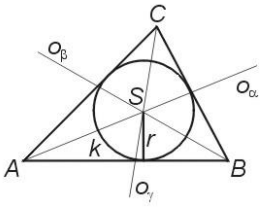


střední příčky ... s_a, s_b, s_c
středy stran ..... S_a, S_b, S_c

Kružnice vepsaná, opsaná



kružnice opsaná ... k (S;r)
osy stran ..... o_a, o_b, o_c
střed kružnice ..... $S \in o_a \cap o_b \cap o_c$
poloměr kružnice ... r = |AS|



kružnice vepsaná ... k (S;r)
osy úhlů ..... o_α, o_β, o_γ
střed kružnice ..... $S \in o_\alpha \cap o_\beta \cap o_\gamma$
poloměr kružnice .... $r = |S,AB|$

Obvod trojúhelníku

$$O = a + b + c$$

Obsah trojúhelníku

$$S = \frac{a.v_a}{2} \quad S = \frac{b.v_b}{2} \quad S = \frac{c.v_c}{2}$$

Obsah – Heronův vzorce

p – polovina obvodu. $p = \frac{O}{2}$, pak obsah $S = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}$

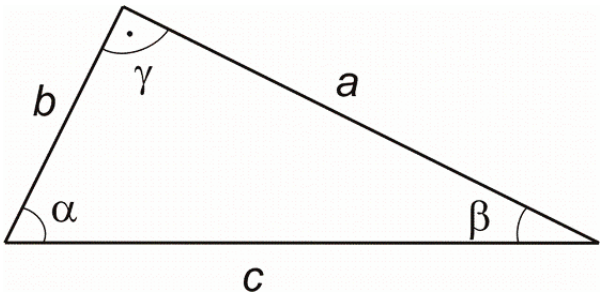
Pravoúhlý trojúhelník

Pythagorova věta

Strana naproti pravému úhlu se nazývá **přepona** – ***c***.
Další dvě jsou **odvěsny** – ***a, b***.

$$\alpha + \beta = 90°$$

$$\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$$
$$\boldsymbol{a^2 = c^2 - b^2}$$
$$\boldsymbol{b^2 = c^2 - a^2}$$



Obsah pravoúhlého trojúhelníku

$S = \frac{a.b}{2}$ a, b jsou odvěsny trojúhelníku

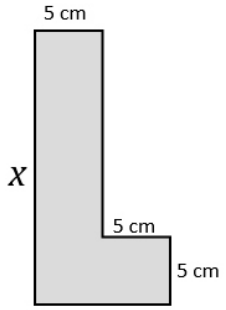
Trojúhelník, Pythagorova věta

1. V trojúhelníku jsou dány velikosti dvou úhlů $\gamma = 113°20'$ $\beta = 29°45'$. Vypočítejte velikost úhlu α.
2. V rovnoramenném trojúhelníku je dána velikosti úhlu, který svírá základna a rameno $\alpha = 55°55'$. Vypočítejte velikost úhlu β, γ.
3. V rovnoramenném trojúhelníku je dána velikosti úhlu, který svírají ramena $\gamma = 15°20'$. Vypočítejte velikost úhlu α, β.
4. Obvod rovnoramenného trojúhelníku je 474 m, základna je o 48 m delší než rameno. Vypočítejte délky stran trojúhelníku.
5. Střecha nad transformátorem je tvořena čtyřmi shodnými trojúhelníky. Délka strany každého z nich je 3,6 m, příslušná výška je 2 m. Vypočítejte obsah střechy.
6. Obvod rovnoramenného trojúhelníku je 1 m. Základna má délku 45 cm. Vypočítejte délku ramen tohoto trojúhelníku.

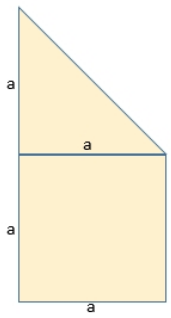
7. Rozhodněte, zda trojúhelník s následujícími délkami stran je pravoúhlý:
   a) 11 m, 60 m, 61 m b) 16 dm, 30 dm, 34 dm c) 7 m, 9 m, 11 m
8. Vypočítejte délku odvěsny ***a*** v pravoúhlém trojúhelníku ABC. Přepona ***c*** = 11,5 cm, odvěsna ***b*** = 9,2 cm.
9. Vypočítejte délku odvěsny ***b*** v pravoúhlém trojúhelníku ABC. Přepona ***c*** = 16 dm, odvěsna a = 9,6 dm.
10. Rovnoramenný trojúhelník *KLM* má ramena délky *k*, *l* (*k* = *l*) a základnu délky *m*.
    Výška k základně má délku *v*. Vypočítejte zbývající údaj, je-li dáno:
    a) *m* = 12 dm, *k* = 10 dm b) *k* = 13 cm, *v* = 12 cm c) *v* = 8,5 cm, *m* = 62 mm
11. Základna rovnoramenného trojúhelníku má délku 6 m, příslušná výška 4 m. Vypočítejte obvod tohoto trojúhelníku.
12. Rovnoramenný trojúhelník má základnu dlouhou 16 cm, jeho rameno je o 1 cm delší než základna. Vypočítejte obsah tohoto trojúhelníku.
13. Vypočítejte obvod a obsah pravoúhlého trojúhelníku XYZ s pravým úhlem u vrcholu X. |XY| = 2,4 cm, |YZ| = 0,4 dm
14. Vypočítejte obvod a obsah pravoúhlého trojúhelníku XYZ s pravým úhlem u vrcholu X. |XZ| = 48 mm, |YZ| = 6 cm
15. Stožár antény vysoké 120 m, je upevněn čtyřmi lany u vrcholu a lano je ukotveno v zemi 50 metrů od paty stožáru. Vypočítejte kolik metrů lana se spotřebovalo na všechna 4 lana?
16. Žebřík je dlouhý 8 metrů a je opřen o zeď ve vzdálenosti 2 metry. Do jaké výšky sahá?
17. Rovnostranný trojúhelník má výšku $\boldsymbol{v_a}$ = 15 dm. Vypočítejte délku strany trojúhelníku a jeho obvod i obsah.
18. Vypočítejte délku kanalizačního potrubí, které ve směru úhlopříčky spojuje dva rohy obdélníkového nádvoří s rozměry 45 m a 26 m.
19. Při průzkumném vrtu upevnili vrtnou věž vysokou 22,5 m lany tak, že jejich konce byly přivázány k zemi ve vzdálenosti 7,2 m od paty věže. Jak dlouhá byla lana?
20. Vypočítejte výšku štítu domu. Štít má tvar rovnoramenného trojúhelníku se základnou 8,4 m a s rameny délek 6,5 m.
21. Z kmene stromu byl vytesán trám obdélníkového průřezu o rozměrech 50 mm a 120 mm. Jaký nejmenší průměr musel mít kmen?
22. Ocelový komín vysoký 27 m je ve dvou třetinách své výšky upoután 4 stejně dlouhými ocelovými lany, jejichž konce jsou upevněny ve vzdálenosti 13 m od paty komína. Kolik metrů lana je třeba na upoutání komína, jestliže zakotvení si vyžádalo navíc 5 % jeho délky?
23. Kosočtverec ABCD má stranu ***a*** = 20 cm, úhlopříčku ***f*** = BD = 24 cm. Vypočtěte délku úhlopříčky ***e*** =AC.
24. Obvod obrazce na obrázku 1 je 6 dm. Vypočítejte obsah.
25. Obsah trojúhelníku na obrázku 2 je 18 m^2. Vypočítejte obsah a obvod celého obrazce.
26. Na obrázku 3 jsou dva trojúhelníky (rovnoramenný a pravoúhlý) s jednou shodnou stranou. Oba mají stejnou výšku na shodnou stranu. Pravoúhlý trojúhelník má obsah 10 cm^2. Uveďte obsah rovnoramenného trojúhelníku v cm^2.
27. Na obrázku 4 je rovnoramenný-pravoúhlý trojúhelník a rovnostranný trojúhelník. Rovnostranný trojúhelník má obvod 60 cm. Jaký obsah bude mít rovnoramenný-pravoúhlý trojúhelník?
28. Na obrázku 4 je rovnoramenný-pravoúhlý trojúhelník a rovnostranný trojúhelník. Který trojúhelník má větší obvod a který obsah?

[1) $36°55'$ 2) $\beta = 55°55'$ $\gamma = 68°10'$ 3) $\alpha = \beta = 82°20'$ 4) $142, 142, 190m$ 5) $14{,}4m^2$ 6) $27{,}5cm$ 7) $a)ano$ $b)ano$ $c)ne$
8) $6{,}9cm$ 9) $12{,}8dm$ 10) $a)$ $v = 8cm$ $b)$ $m = 10cm$ $c)$ $k = 9cm$ 11) $16cm$ 12) $120cm^2$ 13) $3{,}84cm^2$; $9{,}6cm$ 14) $8{,}64cm^2$; $14{,}4cm$
15) $520m$ 16) $7{,}75m$ 17) $\cong 130dm^2$; $\cong 52dm$ 18) $52m$ 19) $23{,}6m$ 20) $\cong 5m$ 21) $13cm$ 22) $93{,}25m$ 23) $32cm$
24) $125\ cm^2$ 25) $54\ m^2$ $32{,}5\ m$ 26) $10\ cm^2$ 27) $200\ cm^2$ 28) $pravúhl.$ $větší$]

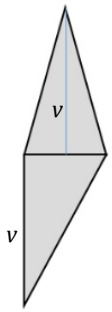
obrázek 1



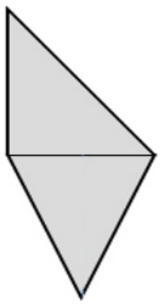
obrázek 2



obrázek 3



obrázek 4



Rovnoběžníky

Rovnoběžník je čtyřúhelník, jehož protilehlé strany jsou rovnoběžné.

Čtverec

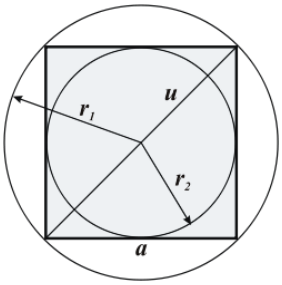
Obvod $O = 4.a$

Obsah $S = a^2$

Úhlopříčka $u = \sqrt{2}.a$

Poloměr kružnice opsané $r_1 = \frac{u}{2}$

Poloměr kružnice vepsané $r_2 = \frac{a}{2}$



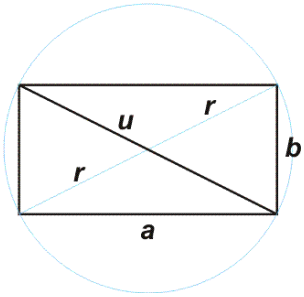
Obdélník

Obvod $O = 2.(a + b)$

Obsah $S = a.b$

Úhlopříčka $u = \sqrt{a^2 + b^2}$

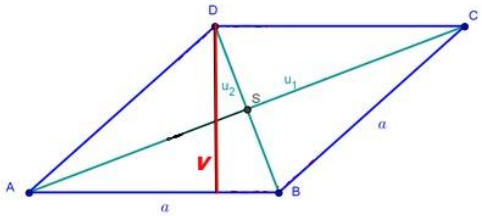
Poloměr kružnice opsané $r = \frac{u}{2}$



Kosočtverec

Obvod $O = 4.a$

Obsah $S = a.v \quad S = \frac{u_1.u_2}{2}$

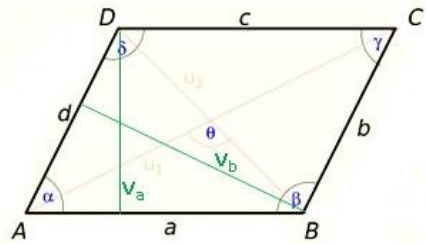


Kosodélník

Obvod $O = 2.(a + b)$

Obsah $S = a.v_a$

$S = b.v_b$

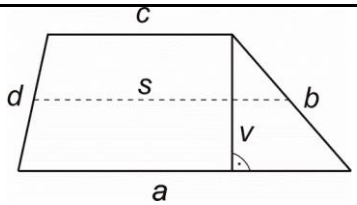


Lichoběžník

Obvod $O = a + b + c + d$

Obsah $S = \frac{(a+c).v}{2}$

Střední příčka $s = \frac{a+c}{2}$

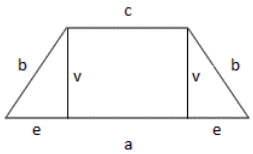


Rovnoramenný lichoběžník

Obvod $O = a + 2b + c$

Obsah $S = \frac{(a+c).v}{2}$

Úsek strany a $e = \frac{a-c}{2}$



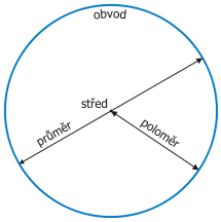
Kružnice, kruh

Poloměr – r

Průměr – d

Délka kružnice, obvod kruhu $O = 2.\pi.r = \pi.d$

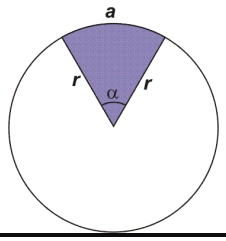
Obsah kruhu $S = \pi.r^2$



Délka oblouku, kruhová výseč

Délka kruhového oblouku $a = \frac{2.\pi.r}{360°}.\alpha°$

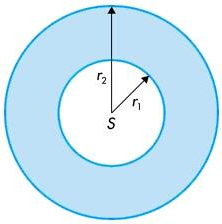
Obsah kruhové výseče $S = \frac{\pi.r^2}{360°}.\alpha°$



Mezikruží

Šířka mezikruží $m = r_2 - r_1$

Obsah mezikruží $S = \pi . r_2^2 - \pi . r_1^2$



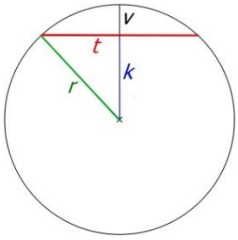
Tětiva

Tětiva – t Poloměr – r Výška úseče – v

Vzdálenost tětivy od středu – k $k = r - v$

Délka tětivy $t = 2.\sqrt{v.(2r - v)}$

$$r^2 = k^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2$$



Pravidelný *n*-úhelník

Strana n-úhelníku – a

Poloměr kružnice opsané – r_o

Poloměr kružnice vepsané – r_v

Každý pravidelný *n*-úhelník se skládá z n rovnoramenných trojúhelníků se základnou a a výškou r_v na stranu a.

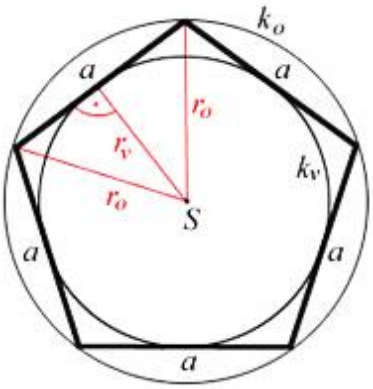
Obvod $O = n.a$

Obsah $S = \frac{a.r_v}{2}.n$

Velikost vnitřního úhlu $\alpha = 180° - \frac{360°}{n}$

Součet vnitřních úhlů $(n - 2).180°$

Počet úhlopříček $\frac{n.(n-3)}{2}$

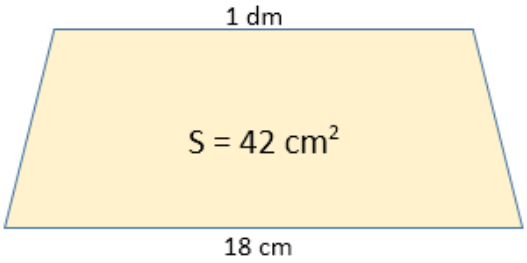


Obvody, obsahy rovinných útvarů

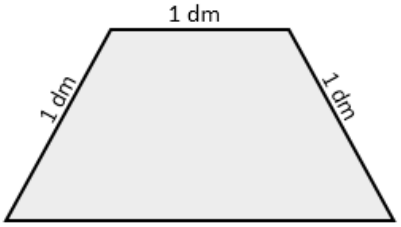
1. Vypočítejte obvod a obsah obdélníku se stranou ***a*** = 17 cm, ***b*** = 32 cm. Vypočítejte délku úhlopříčky.
2. Vypočítejte obvod a obsah čtverce se stranou ***a*** = 6 m. Vypočítejte délku úhlopříčky.
3. Vypočítejte obvod obdélníku se stranou ***a*** = 25 dm, když je dáno S = 12,5 m^2.
4. Vypočítejte obsah obdélníku se stranou ***a*** = 3,2 cm, když je dáno O = 12 cm.
5. Pokoj má rozměry 5 m a 3,5 m. Kolik bude stát koberec do pokoje, jestliže 1 m^2 stojí 220 Kč.
6. Pole má tvar obdélníku s rozměry 720 m a 290 m. Na 1 m^2 je třeba 18 g osiva. Kolik tun osiva je třeba k osetí tohoto pole?
7. Pozemek k výstavbě nových domů má tvar obdélníku o délce 380 m a šířce 240 m. Obec se rozhodla zvětšit tento pozemek přidáním cesty široké 5 m, která vede podél kratší strany pozemku. Jakou výměru bude mít zvětšený pozemek?
8. Plechová střecha nad garáží má tvar obdélníku s rozměry 7,5 m a 4 m. Kolik kilogramů barvy se spotřebuje na její nátěr, jestliže 1 kg barvy vystačí na natření 6 čtverečných metrů plechu?
9. Kolik čtvercových dlaždic se stranou délky 25 cm je třeba na vydláždění místnosti tvaru čtverce, která má stranu dlouhou 6,75 m?
10. Vypočtěte délku strany kosočtverce, jestliže úhlopříčky mají délky 126 mm a 32 mm.
11. Dřevěnou desku tvaru rovnoběžníku se stranou 70 cm a příslušnou výškou 40 cm mají žáci v dílně rozdělit na dvě části tvaru trojúhelníku podle úhlopříčky. Jaký obsah má každá z těchto částí?

12. V rovnoběžníku ABCD se středem S má strana AB velikost a = 5 cm, úhel ABS je pravý a úhlopříčka BD má velikost f = 12 cm. Proveďte náčrtek. Vypočtěte obvod .

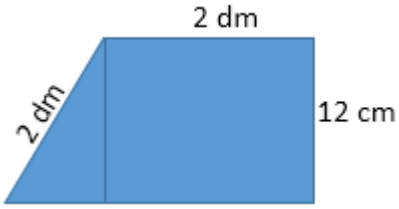
13. Na obrázku je dán obsah rovnoramenného lichoběžníku, pak jsou zadány rovnoběžné strany lichoběžníku. Vypočítejte obvod tohoto lichoběžníku.



14. Je dán obvod rovnoramenného lichoběžníku O = 52 cm, jsou zadány strany lichoběžníku. Vypočítejte obsah tohoto lichoběžníku.



15. Jsou zadány strany pravoúhlého lichoběžníku. Vypočítejte obsah a obvod tohoto lichoběžníku.



[1) 544 cm^2; 98 cm; $u =$ 36,2 cm; 2) $O = 24\ m$; $u = 8{,}5\ m$; 3) 15 m; 4) 8,96 cm^2; 5) 3850 $Kč$; 6) asi 3,8 t; 7) 92 400 m^2; 8) 5 kg; 9) 729; 10) 65 mm; 11) 1400 cm^2; 12) $O = 36\ cm$ 13) 38 cm; 14) 128 cm^2; 15) 88 cm, 336 cm^2]

---

16. Určete průměr kruhu, který má obsah: a) 16 cm^2 b) 28 dm^2 c) 25 mm^2 d) 18 m^2
17. Vypočtěte obsah kruhu, který má obvod: a) 10 cm b) 5 mm c) 12,56 dm d) 31,4 m
18. Vypočtěte obvod kruhu, který má obsah: a) 28,26 dm^2 b) 50,2 m^2
19. Vypočítejte průměr a obsah příčného kruhového řezu kmenem buku, jehož obvod je 314 cm.
20. Trojnásobek obvodu kruhu se rovná 2 km. Vypočítejte poloměr kruhu.
21. Představte si, že na pilovém kotouči s průměrem 42 cm je jeden zub obarven bílou barvou. Jak dlouhou dráhu opíše hrot tohoto zubu za 1 minutu, jestliže se kotouč za tuto dobu otočí 825krát?
22. Průměr kruhu je 20 cm. Vypočti šířku mezikruží, jehož obsah je 235,5 cm^2.

[16) 4,5 cm; 6 dm; 5,6 mm; 4,8 m; 17) 8cm^2; 2 mm^2; 12,56 dm^2; 78,5 m^2 18) 18,8 dm; 25,1 m; 19) $d = 1\ m$; $S = 78{,}5\ dm^2$; 20) 106 m; 21) asi 1 km; 22) 5 cm]

---

23. Základny pravoúhlého lichoběžníku *ABCD* s pravým úhlem při vrcholu A mají délky 92 cm a 76 cm, jeho výška se rovná 63 cm. Vypočítejte délku ramene ***b***. {65 cm}
24. Zahrada má dva protější ploty rovnoběžné o délkách 150 m a 183 m. Vzdálenost plotů je 60 m. Vypočtěte výměru zahrady a vyjádřete ji v hektarech. {1 ha}
25. Lichoběžník ABCD má základny *a*, *c*, výšku *v* a obsah *S*. Vypočítejte výšku *v*, je-li dáno:
    a) S = 39 dm^2, ***a*** = 9 dm, ***c*** = 4 dm {6 dm} b) S = 10 m^2, ***a*** = 3 m, ***c*** = 1 m {5 m}
26. Obvod rovnoramenného lichoběžníku, jehož jedna základna má stejnou délku jako rameno, se rovná 22 m. Druhá základna má délku 7 cm. Vypočítejte délky zbývajících stran lichoběžníku. {5 m}
27. Do čtverce je vepsán kruh. Obsah kruhu je 12,56 cm^2. Vypočítejte obvod a obsah tohoto čtverce. {16 cm, 16cm^2}
28. Do kruhu je vepsán čtverec. Obsah čtverce je 225 cm^2. Vypočítejte obvod a obsah kruhu. {67cm, 353 cm^2}
29. Do kruhu je vepsán obdélník se stranou ***a*** = 16 cm. Obsah kruhu je 314 cm^2. Vypočítejte obvod a obsah obdélníku. {56 cm, 192 cm^2}
30. Do čtverce je vepsán kruh, obvod čtverce je 12 dm. Vypočítejte obvod a obsah kruhu. {94,2 cm, 706,5 cm^2}
31. Do kruhu je vepsán čtverec. Obvod kruhu je 62,8 cm. Vypočítejte obvod a obsah čtverce. {56,4 cm, 200cm^2}
32. Do kruhu je vepsán obdélník se stranou ***b*** = 10 cm. Obvod obdélníku je 30 cm. Vypočítejte obvod kruhu. {35cm}

Pravoúhlý trojúhelník

Goniometrické funkce

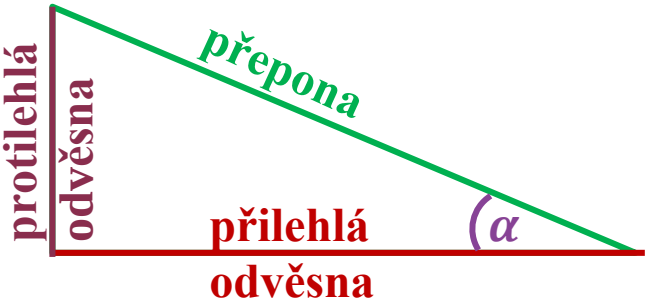
$$\sin\alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přepona}}$$

sinus udává poměr protilehlé odvěsny ku přeponě

$$\cos\alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}}$$

kosinus udává poměr přilehlé odvěsny ku přeponě

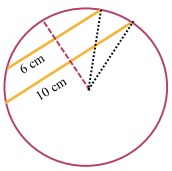
$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přilehlá odvěsna}}$$

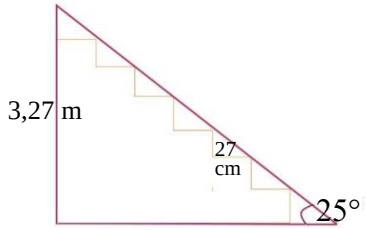


tangens udává poměr protilehlé odvěsny ku přilehlé odvěsně

Trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku

1. Vypočítejte délku přepony v trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C je dáno:
   a) $\alpha = 45°$, a = 9 dm b) $\alpha = 15°$, b = 35 mm [12,7 dm; 36 mm]
2. V pravoúhlém trojúhelníku ABC známe velikost ostrého úhlu a délku přepony ***c***. Vypočítejte délky jeho odvěsen. a) $\boldsymbol{\beta} = 35°$, ***c*** = 8 cm b) $\boldsymbol{\alpha} = 70°$, ***c*** = 6 m [a) a = 6,6 cm; b = 4,6 cm b) a = 5,6 m; b = 2,1 m]
3. Rovnoramenný trojúhelník má výšku 10 cm a úhel u základny je 65°. Vypočítejte obvod trojúhelníku. [31,3 cm]
4. Rovnoramenný trojúhelník má rameno dlouhé 8 cm a úhel u základny je 30°. Vypočítejte obvod a obsah trojúhelníku. [S≅ 27,7 cm^2]
5. Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů pravoúhlého trojúhelníku, jehož odvěsny mají délky:
   a) 2 m, 6 m b) 6 cm, 0,8 dm c) 185 mm, 32,4 cm
   [18°26′ 71°34′] [36°52′ 53°8′] [29°43′ 60°17′]
6. Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů pravoúhlého trojúhelníku, je-li dána délka přepony a jedné odvěsny
   a) 12 cm, 13 cm b) 24 dm, 2,5 m c) 8,5 dm, 57 cm
   [67°22′ 22°38′] [73°44′ 16°16′] [42° 48°]
7. Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů pravoúhlého trojúhelníku, mají-li jeho strany délky:
   a) 12 cm, 16 cm, 20 cm [36°52′ 53°8′] b) 25 dm, 6 m, 650 cm [22°37′ 67°23′]
8. Jak velký úhel svírá v obdélníku strana ***a*** = 13 cm s úhlopříčkou ***u*** = 15,5 cm? [33°]
9. Určete velikost úhlu při základně rovnoramenného trojúhelníku, má-li trojúhelník strany ***a*** = 24 cm, ***b*** = ***c*** = 18 cm. [48°11′]
10. Jak vysoký je komín, vidíme-li jeho vrchol ze vzdálenosti 60 m pod úhlem 40°? [50 m]
11. Dvojitý žebřík má každé rameno 4 m dlouhé. Určete velikost úhlu rozevření žebříku, jestliže jeho spodní konce jsou od sebe 2,2 m. Do jaké výšky žebřík dosahuje? [32°, 3,8 m]
12. Lanová dráha rovnoměrně stoupá. Úhel stoupání je 25°. Výškový rozdíl mezi oběma koncovými stanicemi je 300 metrů. Vypočítejte délku lanové dráhy. [710 m]
13. Určete vzdálenost dvou rovnoběžných tětiv délek 6 cm a 10 cm v dané kružnici ***k***(S, r = 6cm).
    [v_1 = 1,88 cm, v_2 = 8,512 cm]
14. Řešte pravoúhlý Δ ABC, jestliže úhel ABC = 90°, ***c*** = 10 cm, ***a*** = 8 cm. [b = 12,8 cm, 51°20′, 38°39′]
15. Výška schodiště z jednoho patra do druhého je 3,27 m , sklon schodiště je 25°, šířka 1 schodu je 27 cm, určete počet schodů tohoto schodiště. [asi 28 schodů]
16. Schodiště s 50 schody má výšku 9 m a sklon 24°. Vypočtěte výšku a šířku jednoho schodu.
    [v =18 cm, š = 40 cm]
17. Důlní chodba má délku 25 m, výškový rozdíl mezi oběma jejími konci 5,3 m. Vypočtěte její sklon. [12°14′]
18. Silnice stoupá rovnoměrně o 11,7 m na 1000 m. Vypočtěte úhel jejího stoupání. [41′]





Tabulka hodnot goniometrických funkcí

	SIN	COS	TG	COTG
0 °	0	1	0	x
1 °	0,0175	0,9998	0,0175	57,290
2 °	0,0349	0,9994	0,0349	28,636
3 °	0,0523	0,9986	0,0524	19,081
4 °	0,0698	0,9976	0,0699	14,300
5 °	0,0872	0,9962	0,0875	11,430
6 °	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144
7 °	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443
8 °	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154
9 °	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138
10 °	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713
11 °	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446
12 °	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046
13 °	0,2250	0,9744	0,2309	4,3315
14 °	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108
15 °	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321
16 °	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874
17 °	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709
18 °	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777
19 °	0,3256	0,9455	0,3443	2,9042
20 °	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475
21 °	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051
22 °	0,3746	0,9272	0,4040	2,4751
23 °	0,3907	0,9205	0,4245	2,3559
24 °	0,4067	0,9135	0,4452	2,2460
25 °	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445
26 °	0,4384	0,8988	0,4877	2,0503
27 °	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626
28 °	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807
29 °	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040
30 °	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321
31 °	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643
32 °	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003
33 °	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399
34 °	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826
35 °	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281
36 °	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764
37 °	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270
38 °	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799
39 °	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349
40 °	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918
41 °	0,6561	0,7547	0,8693	1,1504
42 °	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106
43 °	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724
44 °	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355
45 °	0,7071	0,7071	1	1

	SIN	COS	TG	COTG
46 °	0,7193	0,6947	1,0355	0,9657
47 °	0,7314	0,6820	1,0724	0,9325
48 °	0,7431	0,6691	1,1106	0,9004
49 °	0,7547	0,6561	1,1504	0,8693
50 °	0,7660	0,6428	1,1918	0,8391
51 °	0,7771	0,6293	1,2349	0,8098
52 °	0,7880	0,6157	1,2799	0,7813
53 °	0,7986	0,6018	1,3270	0,7536
54 °	0,8090	0,5878	1,3764	0,7265
55 °	0,8192	0,5736	1,4281	0,7002
56 °	0,8290	0,5592	1,4826	0,6745
57 °	0,8387	0,5446	1,5399	0,6494
58 °	0,8480	0,5299	1,6003	0,6249
59 °	0,8572	0,5150	1,6643	0,6009
60 °	0,8660	0,5000	1,7321	0,5774
61 °	0,8746	0,4848	1,8040	0,5543
62 °	0,8829	0,4695	1,8807	0,5317
63 °	0,8910	0,4540	1,9626	0,5095
64 °	0,8988	0,4384	2,0503	0,4877
65 °	0,9063	0,4226	2,1445	0,4663
66 °	0,9135	0,4067	2,2460	0,4452
67 °	0,9205	0,3907	2,3559	0,4245
68 °	0,9272	0,3746	2,4751	0,4040
69 °	0,9336	0,3584	2,6051	0,3839
70 °	0,9397	0,3420	2,7475	0,3640
71 °	0,9455	0,3256	2,9042	0,3443
72 °	0,9511	0,3090	3,0777	0,3249
73 °	0,9563	0,2924	3,2709	0,3057
74 °	0,9613	0,2756	3,4874	0,2867
75 °	0,9659	0,2588	3,7321	0,2679
76 °	0,9703	0,2419	4,0108	0,2493
77 °	0,9744	0,2250	4,3315	0,2309
78 °	0,9781	0,2079	4,7046	0,2126
79 °	0,9816	0,1908	5,1446	0,1944
80 °	0,9848	0,1736	5,6713	0,1763
81 °	0,9877	0,1564	6,3138	0,1584
82 °	0,9903	0,1392	7,1154	0,1405
83 °	0,9925	0,1219	8,1443	0,1228
84 °	0,9945	0,1045	9,5144	0,1051
85 °	0,9962	0,0872	11,430	0,0875
86 °	0,9976	0,0698	14,300	0,0699
87 °	0,9986	0,0523	19,081	0,0524
88 °	0,9994	0,0349	28,636	0,0349
89 °	0,9998	0,0175	57,290	0,0175
90 °	1	0	x	0
180 °	0	–1	0	x

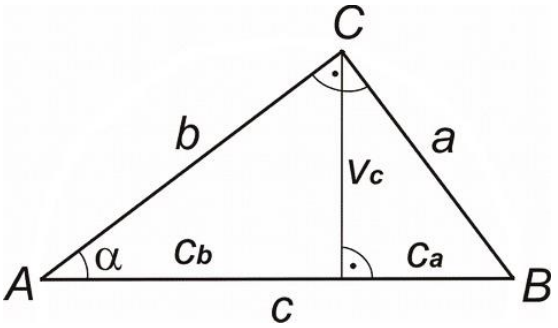
Pravoúhlý trojúhelník

Euklidovy věty

věta pro výšku: $v_c^2 = c_a . c_b$

věta pro odvěsnu: $a^2 = c . c_a$

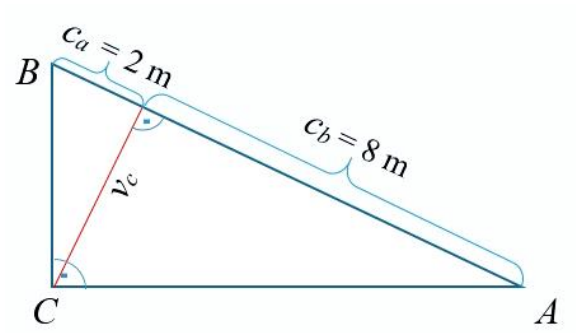
věta pro odvěsnu: $b^2 = c . c_b$

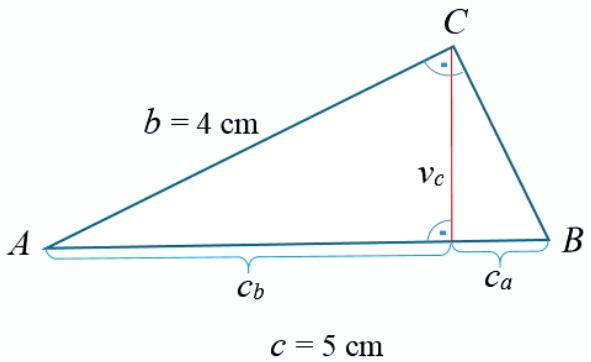


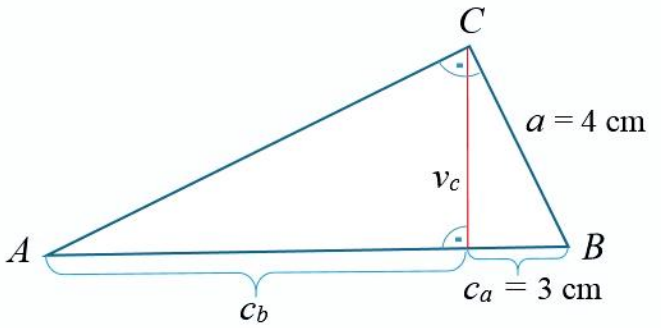
Euklidovy věty

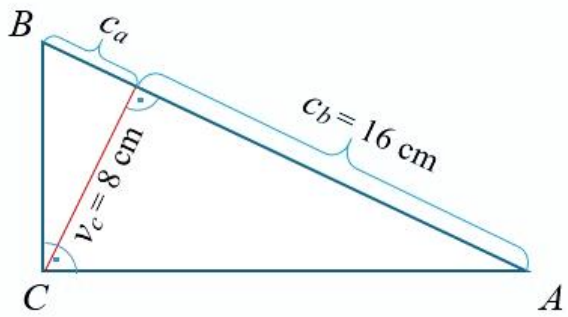
Příklady 1 – 6: Vypočítejte délky všech stran, výšku v_c, úseky na přeponě, pokud nejsou zadány.

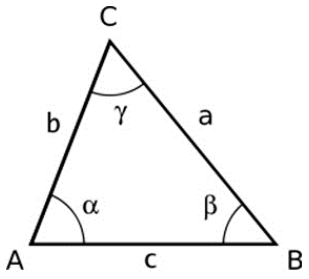
1. Pravoúhlý trojúhelník s pravým úhlem u vrcholu C má odvěsnu ***a*** = 12 cm, $\boldsymbol{v_c}$ = 60 mm.
   {b = 7 cm, c = 13,9 cm, c_a = 10,4 cm , c_b = 3,5 cm}
2. Pravoúhlý trojúhelník s pravým úhlem u vrcholu C má odvěsnu ***b*** = 10 cm, $\boldsymbol{v_c}$ = 70 mm.
   {a = 9,8 cm, c = 14 cm, c_a = 6,9 cm , c_b = 7,1 cm}
3. Pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem u vrcholu C, má úhel $\boldsymbol{\beta}$ = 22° a úsek přepony $\boldsymbol{c_b}$ = 5 cm.
   {a = 34 cm, c = 35,6 cm, c_a = 30,6 cm, b = 13,4 cm}
4. Pravoúhlý trojúhelník s pravým úhlem u vrcholu C má odvěsnu ***a*** = 25 cm, $\boldsymbol{v_c}$ = 7 cm.
   {b = 7,2 cm, c = 26 cm, c_a = 24 cm , c_b = 2 cm}
5. Pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem u vrcholu C, má úhel $\boldsymbol{\alpha}$ = 25° a úsek přepony $\boldsymbol{c_a}$ = 14 cm.
   {a = 33,1 cm, b = 71 cm, c = 78,2 cm, c_a = 14 cm , c_b = 64,2 cm}
6. Vypočtěte délku tětivy v kružnici ***k***(S; 5,5 cm), je-li vzdálenost středu S od tětivy rovna ***v*** = 2,3 cm.
   {t = 10 cm}
7. V obdélníku ABCD je dáno: ***a*** = |AB| = 8 cm, ***b*** = |BC| = 6 cm. Vypočítejte vzdálenost vrcholu B od úhlopříčky ***u*** = |AC|. {4,8 cm}
8. Jak velké úseky vytíná výška $\boldsymbol{v_a}$ na přeponě a v pravoúhlém troj. ABC, je-li přepona ***a*** = 20 cm, $\boldsymbol{v_a}$ = 8 cm. {16 cm, 4 cm}
9. V následujících příkladech vypočítejte délky všech stran trojúhelníků.







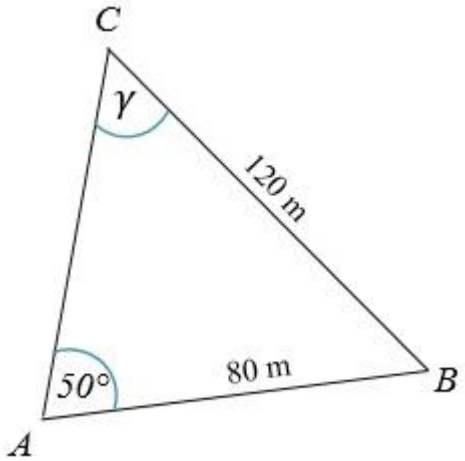


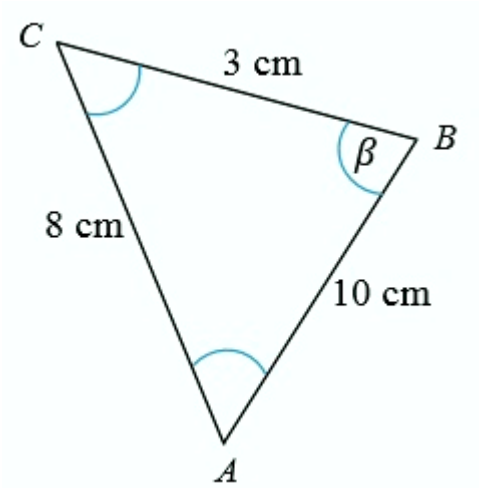
Obecný trojúhelník	**Sinová věta**		**Kosinová věta**
	$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma}$ $\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$		$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos\gamma$

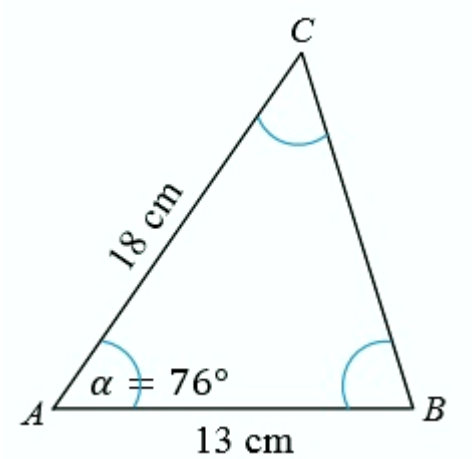
Řešení obecného trojúhelníku

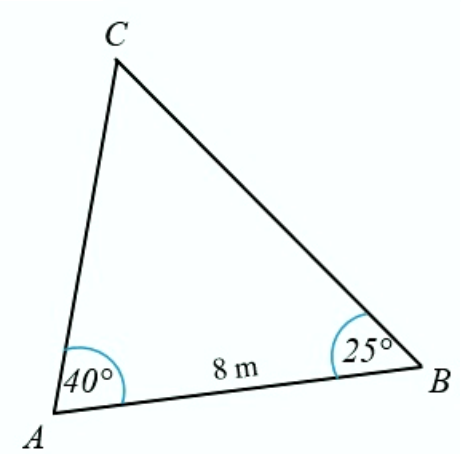
U všech příkladů : náčrt, obecné řešení, výpočet.

1. V Δ ABC známe velikost strany ***a*** = 40 cm a vnitřní úhly o velikosti ***β*** = 64°, ***γ*** = 56°. Určete velikost zbývajících stran ***b***, ***c*** a velikost úhlu ***α***. {b = asi 41,5 cm, c = asi 38,3 cm, α = 60°}
2. V Δ ABC je dáno: ***a*** = 13 cm, ***b*** = 14 cm, ***c*** = 15 cm. Vypočtěte vnitřní úhly Δ . {α = 53°, β = 60°, γ = 67°}
3. Cíl C je pozorován ze dvou pozorovatelen A, B, které jsou od sebe vzdáleny 975 m, přitom úhel BAC = 63°, úhel ABC = 48°. Vypočtěte vzdálenost AC. {776 m }
4. Dvě důlní štoly vycházejí ze stejného místa P v šachtě a svírají úhel o velikosti 50°. Délky štol jsou: PQ = 400 m, PR = 800 m. Vypočtěte délku spojovací štoly QR. {623 m }
5. Tři kružnice o průměrech 6 cm, 10 cm, 14 cm se navzájem dotýkají vně. Určete všechny úhly, které svírají středné. (Spojnice středů kružnic.) {83°, 56°, 41°}
6. V následujících příkladech vypočtěte všechny neznámé strany a úhly.



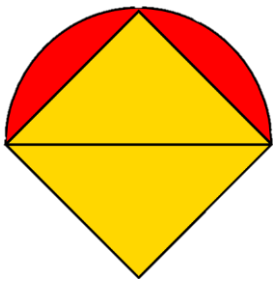






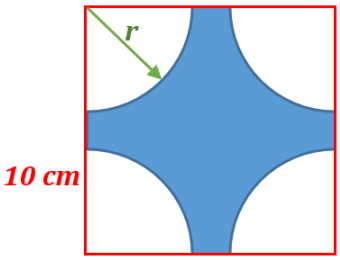
Komplexní úlohy

1. Na obrázku je čtverec a půlkruh. Čtverec má obsah 50 cm^2. Vypočítejte obsah červené části půlkruhu.



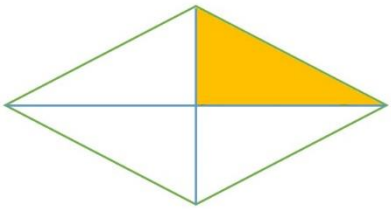
{14,25 cm^2}

2. Ze čtverce o straně 10 cm jsme vyřízli 4 čtvrtkruhy, obsah čtverce se zmenšil na 72 %. Jaký poloměr mají vyříznuté části?



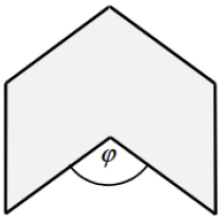
{3 cm}

3. Obsah kosočtverce je 64 cm^2. Jedna úhlopříčka je dvakrát větší než druhá. Vypočítejte obvod v milimetrech zaokrouhlený na celé číslo.



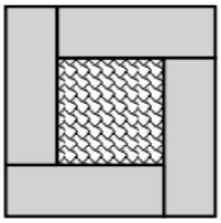
{358 mm}

4. Osově souměrný rovinný obrazec tvořený dvěma kosočtverci svírá úhel $\varphi = 120°$. Obvod celého je 30 cm. Vypočítejte obsah.



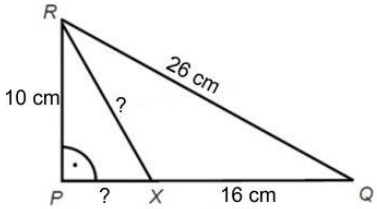
{43,3 cm^2}

5. Vzor na dlaždici tvoří 4 shodné obdélníky a čtverec uprostřed. Obvod každého obdélníku je 100 cm. Vypočítejte obvod a obsah celé dlaždice.



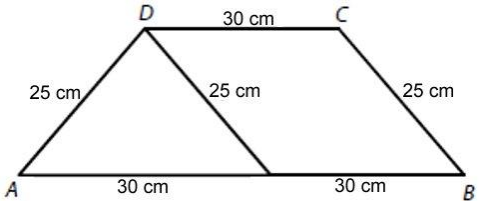
{2 m; 25 dm^2}

6. V pravoúhlém trojúhelníku je odvěsna PQ rozdělena na dva úseky z nichž ten delší XQ měří 16 cm. Vypočítejte délku příčky RX.



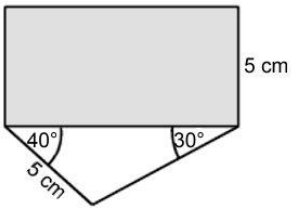
{12,8 cm}

7. Vypočítejte obsah lichoběžníku ABCD.



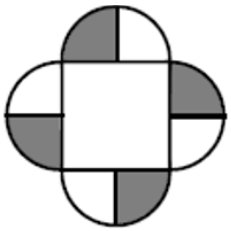
{9 dm^2}

8. Vypočítejte obsah šedého obdélníku.



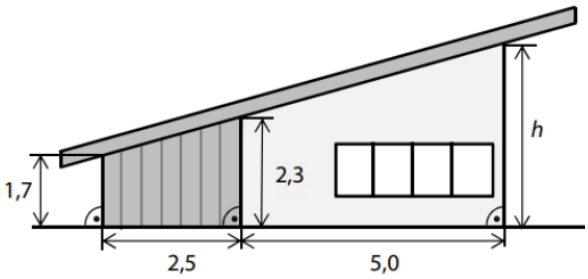
{47 cm^2}

9. Ornament je složen ze čtverce a 4 půlkruhů. Obsah šedé části je 78,5 m^2. Jaký obsah má celý ornament?

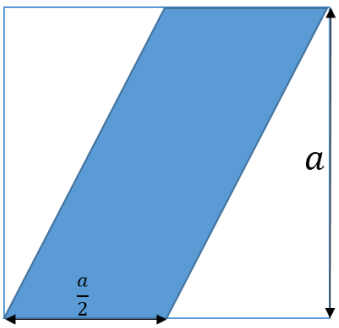


{257 m^2}

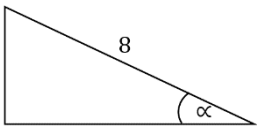
10. Vypočítejte výšku h nejvyšší stěny budovy.



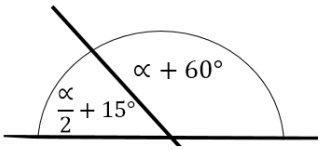
11. Ve čtverci je kosodélník o obsahu 450 mm^2. Jedna jeho strana je poloviční oproti straně čtverce. Jaký je obvod čtverce v decimetrech?



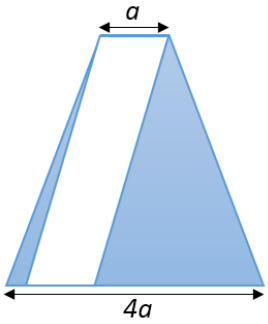
12. V trojúhelníku je $\cos \propto = \frac{\sqrt{15}}{8}$
Určete $\tan \propto$, $\sin \propto$.



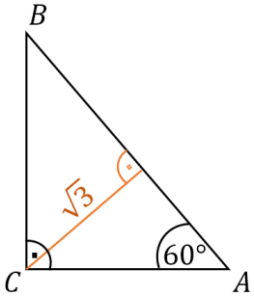
13. Vypočítejte úhel ∝.



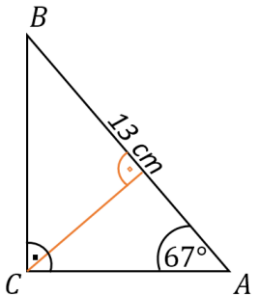
14. Do lichoběžníku, jehož rovnoběžné strany jsou v poměru 1:4, je narýsován kosodélník. Výška lichoběžníku i kosodélníku je stejná v = 4 cm. Obsah modré části obrazce je 12 cm^2. Vypočítejte obvod lichoběžníku.



15. Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem u vrcholu C. Vypočítejte obvod i obsah trojúhelníku ABC.



16. Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem u vrcholu C. Vypočítejte výšku v_c, obvod i obsah trojúhelníku ABC.



17. Rovnoramenný lichoběžník má stranu ***b*** = 10 cm, ***c*** = 6 cm. Úhel, který svírá základna s ramenem je 30°. Vypočítejte výšku, stranu ***a***, obsah lichoběžníku. {73,5 cm^2}

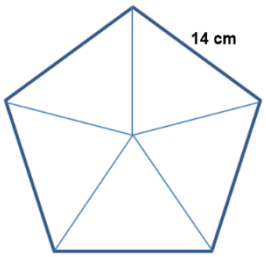
18. Oplocený pozemek má tvar lichoběžníku, kde velikosti rovnoběžných stran jsou 106 m a 72 m, vzdálenost těchto stran je 46 m a velikost úhlu mezi základnou a jedním ramenem je 57°. Vypočti obsah pozemku v hektarech a délku plotu. {0,4 ha, 279 m}

19. Základny rovnoramenného lichoběžníku ABCD jsou ***a*** = 15 dm, ***c*** = 11 dm, rameno ***b*** = 4 dm. Vypočtěte jeho vnitřní úhly. {60° 60° 120° 120°}

20. Rovnoramenný lichoběžník má stranu ***v*** = 8 cm, ***c*** = 1 dm. Úhel, který svírá základna s ramenem je 45°. Vypočítejte obsah lichoběžníku. {144 cm^2}

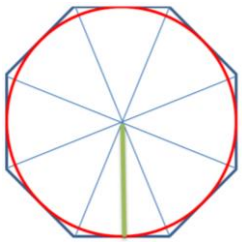
Mnohoúhelníky

1. Strana pravidelného pětiúhelníku je 14 cm. Vypočítejte obvod a obsah.
{70 cm, 336 cm^2}

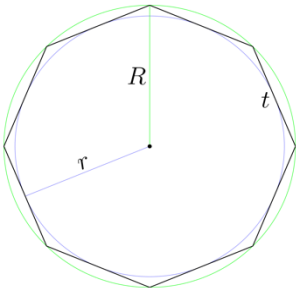


2. Poloměr kružnice opsané ***r*** = 12 cm. Vypočítejte obvod a obsah pravidelného šestiúhelníku.
{72 cm, 374,4 cm^2}

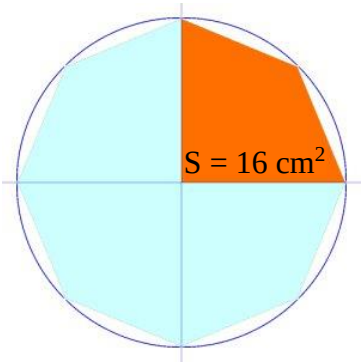
3. Poloměr kružnice vepsané ρ = 10 cm. Vypočítejte obvod a obsah pravidelného osmiúhelníku.
{66 cm, 332 cm^2}



4. Jaký je poloměr kružnice vepsané a opsané k pravidelnému osmiúhelníku, který má obsah 960 cm^2.



5. Čtvrtina osmiúhelníku má obsah 16 cm^2. Vypočítejte délku kružnice opsané tomuto osmiúhelníku.



S t e r e o m e t r i e

Tělesa

Označení

Objem tělesa – $\boldsymbol{V}$ Povrch tělesa – $\boldsymbol{S}$ Úhlopříčka stěnová či tělesová – $\boldsymbol{u}$

Obsah podstavy – $\boldsymbol{S_p}$ Obsah pláště – $\boldsymbol{S_{pl}}$ Poloměr podstavy – $\boldsymbol{r}$

Výška tělesa – $\boldsymbol{v}$ Boční strana kužele a komolého kužele – $\boldsymbol{s}$

Krychle

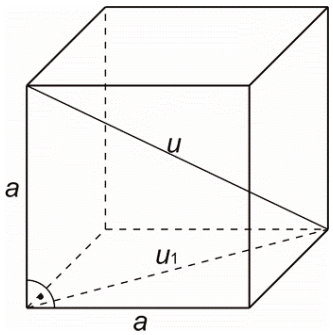
$S_{pl} = 4.a^2$

$S = 6.a^2$

$V = a^3$

$u_1 = \sqrt{2}.a$

$u = \sqrt{3}.a$



Hranol čtyřboký, kvádr

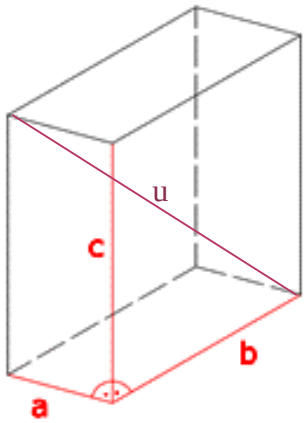
$S = 2.(a.b + b.c + a.c)$

$V = a.b.c$

$S_{pl} = 4$ obdélníky

$S_p = 2$ čtverce či obdélníky

$u = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



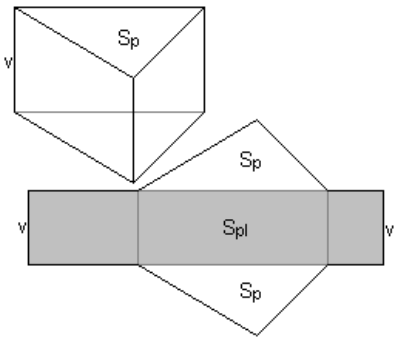
Kolmý hranol

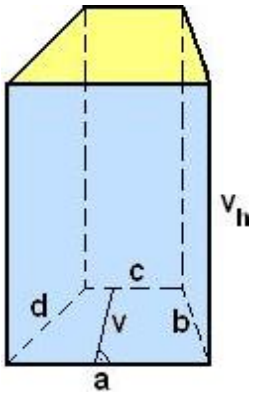
$S = 2.S_p + S_{pl}$

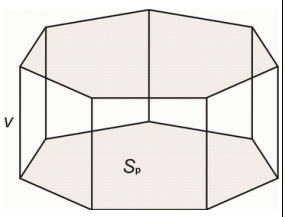
$V = S_p.v$

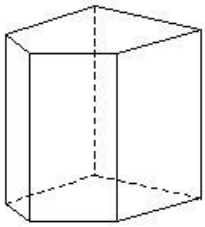
$S_{pl} =$ obdélníky

$S_p =$ vzorec podle tvaru podstavy









Hranol, kvádr, krychle

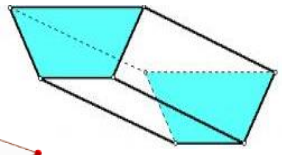
1. Kvádr, jehož hrany mají délky 8 m, 9 m, má stejný objem jako krychle, jejíž hrana má délku 6 m. Vypočítejte třetí rozměr kvádru.
2. Jaký je povrch krychle v m^2, je-li její objem: a) 512 cm^3 b) 8 m^3
3. Jaký je objem krychle v m^3, je-li její povrch: a) 54 dm^2 b) 13,50 m^2
4. Jakou hmotnost má závaží tvaru krychle, je-li vyrobeno z oceli o hustotě 7800 kg . m^{-3} a délka jeho hrany je 5 cm?
5. Trám ze smrkového dřeva má tvar kvádru s rozměry 5 m, 3 dm a 2 dm. 1 dm^3 smrkového dřeva má hmotnost 0,5 kg. Vypočítejte hmotnost trámu.
6. Plavecký bazén je dlouhý 33 m, široký 12 m a hluboký 2 m. V naplněném bazénu je hloubka vody 1,8 m. Vypočítejte kolik hektolitrů vody je v plném bazénu, kolik čtverečných metrů dlaždic je potřeba na obložení dna a stěn bazénu.
7. Vodojem má tvar kvádru, jehož spodní stěna je čtverec. Délka strany čtverce je 2,5 m. Ve vodojemu je 25 m^3 vody. Do jaké výšky sahá voda?
8. Tabule okenního skla má rozměry 2 m, 2 m a 5 mm. 1 dm^3 skla má hmotnost 2,5 kg. Vypočítejte hmotnost jedné skleněné tabule.
9. V bazénu tvaru kvádru je 1 500 hl vody. Určete rozměry dna, je-li hloubka vody 250 cm a jeden rozměr dna je o 4 m větší než druhý.
10. Kolik hl vody se vejde do nádrže tvaru pravidelného čtyřbokého hranolu s podstavnou hranou 60 m a výškou 1,8 m. Kolik m^2 plechu se spotřebuje na tuto nádrž, počítáme-li 18% na spoje.
11. Pokoj má rozměry 6 m, 4,5 m a výšku 3 m. Kolik bude stát barva jestliže stěny a strop natíráme dvakrát a 1 kg barvy stojí 50 Kč a vystačí na 20 m^2 nátěru?
12. Jímka na plyn má tvar hranolu se čtvercovou podstavou. Výška jímky je 18 m, dno má stranu 6,5 m. Vypočítejte kolik m^3 plynu se vejde do jímky. Vypočítejte spotřebu barvy, jestliže se na natření vnějších i vnitřních stěn jímky spotřebuje na 11 m^2 plochy 1 plechovka barvy.
13. Kolik litrů vody je v akváriu tvaru pravidelného čtyřbokého hranolu o vnitřních rozměrech $\boldsymbol{a}$ = 0,5 m, $\boldsymbol{v}$ = 40 cm, je-li naplněno do $\frac{9}{10}$ svého celkového objemu?

$$\left\{\begin{array}{l} 1)\ 3\,m;\ 2.\,a)\ 384\ cm^2\ \ b)\ 24\ m^2\ \ 3.\,a)\ 27dm^3\ \ b)\ 3{,}375\ m^2\ \ 4)\ 975g\ \ 5)\ 150\ kg\ \ 6)\ 7128\ hl;\ 576\ m^2\ \ 7)\ 4\ m\ \ 8)\ 50\ kg \\ \qquad 9)\ 6m, 10m\ \ 10)\ 64\,800\ hl;\ 4355\ m^2\ \ 11)\ 450\ kč\ \ 12)\ 760{,}5\ m^3;\ 100\ plechovek\ \ 13)\ 90\ l \end{array}\right\}$$

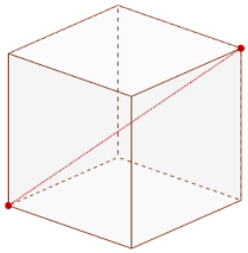
---

14. Vypočítejte povrch a objem hranolu o výšce $\boldsymbol{v}$ = 5 dm s podstavou ve tvaru kosočtverce se stranou $\boldsymbol{a}$ = 8,5 cm a výškou kosočtverce $\boldsymbol{v}$ = 5 cm.
15. Vypočítejte povrch a objem hranolu o výšce 1 m s podstavou ve tvaru rovnostranného trojúhelníku se stranou $\boldsymbol{a}$ = 0,5 m.
16. Vypočítejte povrch hranolu o výšce $\boldsymbol{v}$ = 1 dm s podstavou ve tvaru rovnoramenného trojúhelníku se stranami $\boldsymbol{a}$ = $\boldsymbol{b}$ = 45 mm, $\boldsymbol{c}$ = 75 mm.
17. Vypočítejte povrch a objem pravidelného trojbokého hranolu, jehož podstavná hrana a tělesová výška mají délku 15 cm.
18. Trojboký hranol, jehož podstavou je pravoúhlý trojúhelník s přeponou o délce 1,3 m a odvěsnou dlouhou 50 cm, má objem 120 dm^3. Vypočítejte výšku tohoto hranolu a jeho povrch.
19. Vypočtěte obsah pláště a objem trojbokého hranolu o výšce 0,5 m, je-li jeho podstava pravoúhlý trojúhelník s odvěsnou délky 1,6 dm a přeponou délky 20 cm.
20. Skleněný pravidelný trojboký hranol má hmotnost 129,9 g. Jak vysoký je hranol, je-li délka hrany podstavy 2 cm a hustota skla je 2,5 g/cm^3? (3 dm)

21. Přivaděč vody do nádrže má průřez tvaru rovnoramenného lichoběžníku o délkách základen 0,6 m a 0,9 m a hloubka přivaděče je 0,4 m. Kolik vody se jím při plné průtočnosti přivede za 1 minutu, teče-li voda rychlostí 1,6 m/s ?

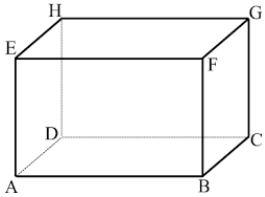


22. Krychle má objem 8 litrů. Vypočítejte délku tělesové úhlopříčky.

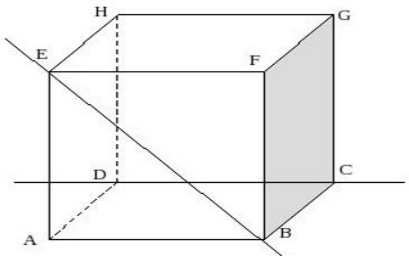


23. Kvádr ABCDEFGH má celkový povrch 180 dm^2. Délka kvádru |AB| je 8 dm, šířka |BC| = 3 dm. Jaká je délka úhlopříčky EC?

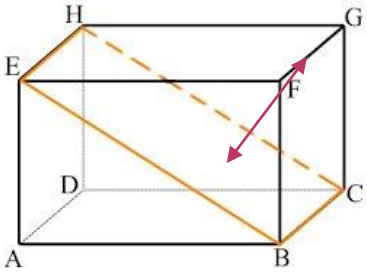
(1 m)



24. V kvádru ABCDEFGH o objemu 24 cm^3 je obsah stěny BCFG 6 cm^2. Délky hran tvoří posloupnost čísel vždy o jeden cm delší. Vypočítejte délku úsečky EB. Vypočítejte úhel, který svírají přímky DC a EB. Jaká je vzdálenost bodu F od přímky CD. Jaká je vzdálenost bodu F od přímky EB.

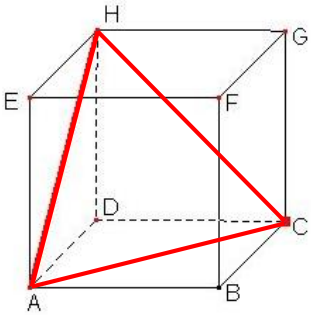


25. Kvádr je rozdělen řezem EBCH, plocha která vznikla řezem má obsah 26 cm^2. Obsah podstavy ABCD je 24 cm^2. Hrana |AE| = 5 cm.
Vypočítejte objem kvádru, délku hrany |BC|.
Vypočítejte vzdálenost přímky FG od roviny řezu EBCH.

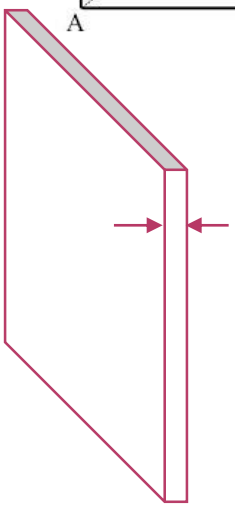


26. Krychle ABCDEFGH má povrch 24 cm^2.
Vypočítejte obsah trojúhelníku ACH.

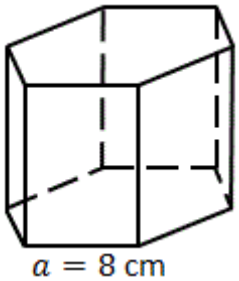
a) $4\sqrt{3}$ b) $8\sqrt{2}$ c) $6\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{8}$



27. Tabule z neprůstřelného skla tvaru kvádru má plochu 1 m^2. Hmotnost tabule činí 200 kg. Hustota skla je 2,5 kg/dm^3. Jaká je tloušťka skleněné desky? (8 mm)

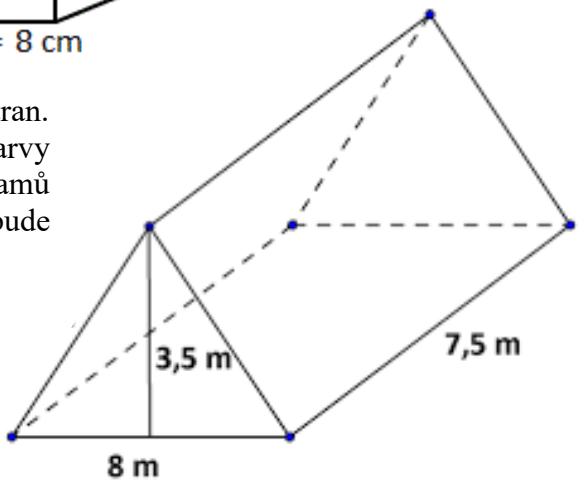


28. Vypočítej objem a povrch šestibokého hranolu. Obsah pláště je 2,4 dm^2.



29. Střešní nástavba vysoká 3,5 m má rozměry uvedené na obrázku. Bude se natírat ze všech 4 stran. Vypočítejte obsah všech natíraných ploch. Kilo barvy spotřebujeme na 20 m^2 nátěru. Kolik kilogramů spotřebujeme na 2 nátěry? Kolik litrů vzduchu bude uvnitř takové místnosti?

(11 kg, 105 000 l)



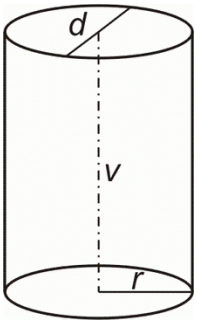
Válec

$$S_p = \pi . r^2$$

$$S_{pl} = 2 . \pi . r . v$$

$$S = 2 . S_p + S_{pl}$$

$$V = S_p . v = \pi . r^2 . v$$

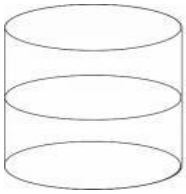


Válec

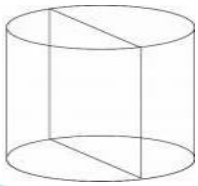
1. Vypočítejte výšku válce, jehož objem V = 9,42 *l* , ***r*** = 10 cm.
2. Do naplněného sudu se vejde 500 litrů vody a má průměr 45 cm. Jakou má výšku?
3. Sud má tvar válce a výšku 1,2 m, průměr sudu je 60 cm. Plníme ho půllitrovou lahví až po okraj. Kolikrát budeme muset takovou láhev vylít do sudu než bude plný po okraj ?
4. Nádoba tvaru válce s průměrem dna 1,8 m obsahuje 22 hektolitrů vody. Do jaké výšky sahá voda?
5. Bazén má kruhovité dno s průměrem 6 m. Jak je hluboký jestliže se plnil po okraj 25 hodin a voda přitékala rychlostí 1130 litrů za hodinu?
6. Ze sudu tvaru válce vytéká dírkou voda rychlostí 3 cl za sekundu. Za kolik hodin se plný sud vyprázdní, jestliže má výšku 1,5 m a průměr 1 m.
7. Varný kotel tvaru válce má průměr podstavy 80 cm a hloubku 70 cm. Vypočítejte kolik litrů polévky se v něm dá uvařit pokud je naplněn 15 cm pod okraj.
8. Vejde se do hrnečku tvaru válce s průměrem dna 8,5 cm a výškou 9 cm půl litru mléka?
9. Vypočtěte přibližnou hmotnost zlaté olympijské medaile, má-li průměr 6 cm a průměrnou tloušťku 3 mm. Hustota zlata je 19 290 kg/m^3.
10. Jakou hmotnost má 1 000 m měděného drátu o průměru 5 mm, je-li hustota mědi 8,8 g/cm^3?
11. Kolik hl vody se vejde do válce, jehož plášť rozvinutý do roviny má tvar čtverce. Obsah pláště je 81dm^2.

    (0,6 hl)
12. Vypočtěte rozměry válcové nádoby o objemu 5 *l*, je-li její výška rovna čtyřnásobku poloměru podstavy.
13. Kolik litrů vody je v nádobě tvaru válce, jejíž průměr je 28 cm a výška 60 cm, sahá-li voda do $\frac{5}{6}$ výšky? (30,8 l)

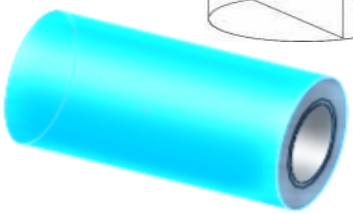
14. Do sklenice o průměru 6 cm a výšce 15 cm nalijeme 4 decilitry vody. Přeteče voda nebo se toto množství do sklenice vleze?



15. Válec o průměru 1 metr se naplnil do poloviny za 50 minut. Voda přitékala rychlostí 20 cl za sekundu. Jak vysoký je sud? (1,5 m)



16. Válec jsem přeřízli středem na dvě poloviny. Plocha řezu měla tvar čtverce o obsahu 196 cm^2. Vypočítejte objem a povrch takového válce.



17. Vysoustružená dutá tyč ve tvaru válce má objem bez vnitřního otvoru 1 litr. Vnější průměr jsou 4 cm, vnitřní 2 cm. Vypočítejte délku tyče.

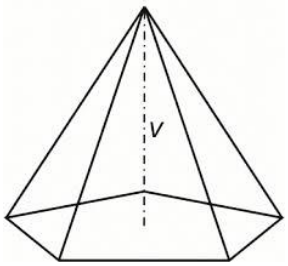
Jehlan

$S = S_p + S_{pl}$

S_{pl} = trojúhelníky

S_p = vzorec podle tvaru podstavy

$$V = \frac{1}{3} S_p . v$$



Pravidelný jehlan

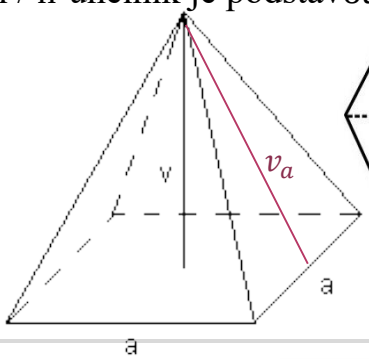
$S = S_p + S_{pl}$ S_{pl} = rovnoramenné trojúhelníky

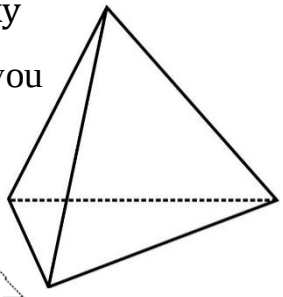
n – počet trojúhelníků v plášti / n-úhelník je podstavou

$$S_{pl} = n . \frac{a . v_a}{2}$$

S_p = *podle tvaru podstavy*

$$V = \frac{1}{3} S_p . v$$



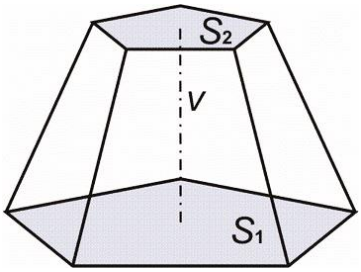


Komolý jehlan

$S = S_1 + S_2 + S_{pl}$

S_{pl} = rovnoramenné lichoběžníky

$$V = \frac{v}{3} . (S_1 + \sqrt{S_1 . S_2} + S_2)$$



Kužel

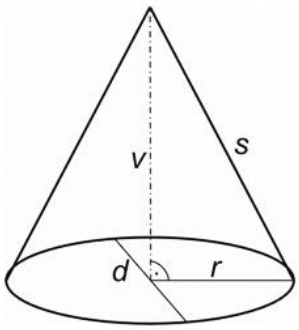
(rotační)

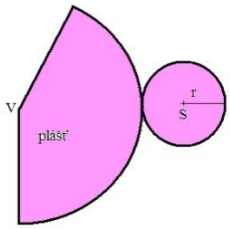
$S_p = \pi . r^2$

$S_{pl} = \pi . r . s$

$S = S_p + S_{pl}$

$$V = \frac{1}{3} S_p . v = \frac{1}{3} \pi . r^2 . v$$





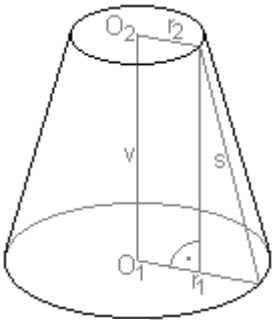
Komolý kužel (rotační)

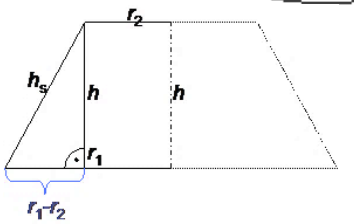
$S_1 = \pi . r_1^2$ $S_2 = \pi . r_2^2$

$S_{pl} = \pi . (r_1 + r_2) . s$

$S = S_1 + S_2 + S_{pl}$

$$V = \frac{v}{3} . (S_1 + \sqrt{S_1 . S_2} + S_2)$$

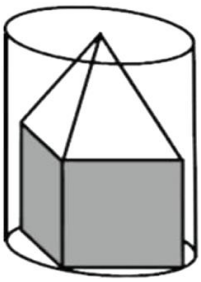




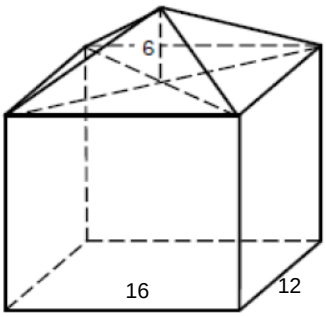
Jehlan, kužel

1. Pravidelný čtyřboký jehlan má objem 212 cm^3 a podstavnou hranu $\boldsymbol{a}$ = 7,2 cm. Vypočtěte jeho povrch.
   (v =12,3 cm, S = 236,16 cm^2)
2. Vypočtěte objem a povrch pravidelného šestibokého jehlanu o podstavné hraně $\boldsymbol{a}$ = 1,8 m a tělesové výšce $\boldsymbol{v}$ = 2,4 m. (V = 6,7392 m^3, S = 23,9 m^2)
3. Vypočtěte objem a povrch pravidelného čtyřbokého jehlanu , je-li stěnová výška $\boldsymbol{v_s}$ = 12 cm a svírá s rovinou podstavy úhel 60°. (a = 12 cm, v_t = 10,4 cm, V = 499,2 cm^3, S=432 cm^2)
4. Kolik m^2 plechu je třeba na pokrytí věže tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu, je-li podstavná hrana 10 m, odchylka boční stěny od roviny podstavy je 68° a počítá-li se s odpadem 10%. (v_s= 13,3 m, S = 292,6 m^2)
5. Věž tvaru kužele má obvod podstavy 9,42 m a výšku 2 m. Kolik m^2 plechu je třeba na pokrytí věže. (11,8 m^2)
6. Strana kužele svírá s rovinou podstavy úhel 60°. Vypočti objem kužele, je-li jeho povrch 50 cm^2.
   (r = 2,3 cm, v = 4 cm, V = 22,2 cm^3)
7. Vypočti objem a povrch kužele, je–li úhel při vrcholu 64°20´ a průměr podstavy $\boldsymbol{d}$ = 24 cm.
   (v = 19,08 cm, s = 22,5 cm, V = 2878,8 cm^3 , S = 1300,6 cm^2)
8. Objem kužele je 1 000 cm^3, obsah osového řezu je 100 cm^2. Vypočti povrch kužele.
   (r = 9,55 cm, s = 14,2 cm, S=712,6 cm^2)

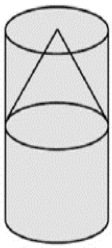
10. Domeček je vtěsnán do plechovky tvaru válce s průměrem podstavy $4\sqrt{2}\,dm$. Délka hrany krychle je stejná jako výška jehlanu. Jaký objem má domek?

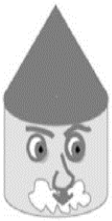


11. Jak velká je plocha střechy obytného domu, pokud největší výška v bodě vrcholu střechy je 6 m. Šířka a délka domu jsou 12 m a 16 m.

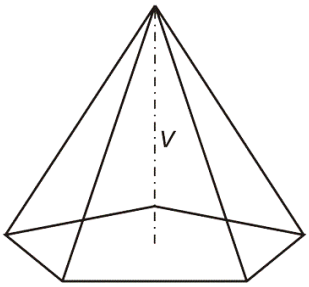


12. Z rotačního válce se vyrábí herní figurka. Polovina válce se opracuje na rotační kužel. Jakou část celého válce tvoří odpad při opracování?



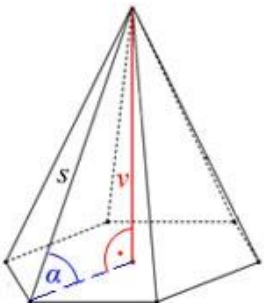


13. Vypočítejte výšku pětibokého jehlanu v milimetrech. Objem jehlanu činí 1 hl a délka podstavné hrany je 55 cm.

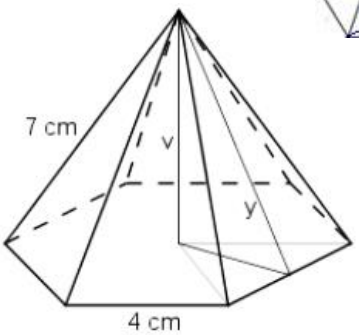


14. Čepice vyrobená z papíru o obsahu 9,4 dm^2, má spodní průměr 20 cm. Jaký je výška čepice v centimetrech? (28)

15. Hrana podstavy pravidelného šestibokého jehlanu měří 12 cm. Boční hrana svírá s podstavou úhel 72°. Jaký je objem jehlanu v centilitrech?



16. Pravidelný šestiboký jehlan o délce hrany podstavy a = 5 cm a délce boční hrany s = 7 cm. Jaký bude objem a povrch tohoto jehlanu?

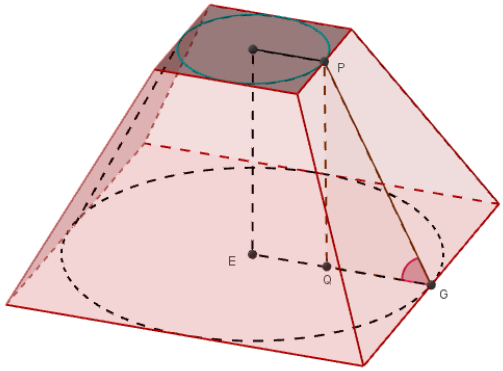


Komolý jehlan, komolý kužel

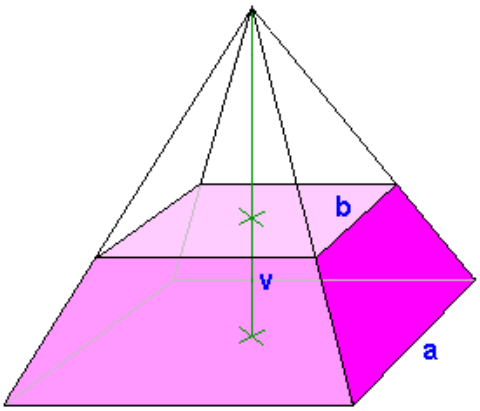
1. V pravidelném čtyřbokém komolém jehlanu jsou dány podstavné hrany : a_1 = 20 cm, a_2 = 8 cm a tělesová výška v = 17 cm. Vypočti objem a povrch. (V = 3536 cm^3 , S = 1473,68 cm^2)
2. Vypočtěte objem a povrch pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu, jsou-li délky podstavných hran 10 cm a 5 cm. Plášť má obsah 540 cm^2. (V=1038,3 cm^3 , S=665 cm^2)
3. Povrch komolého kužele je S = 7697 m^2, průměry podstav jsou 56 m a 42 m. Určete jeho výšku a objem. (v = 24 m, V = 45565,7 m^3)
4. Kolik plechu bude zapotřebí na otevřenou nádobu tvaru komolého kužele, jsou-li průměry podstav 30 cm a 18 cm, výška je 15 cm a počítá se 5% na odpad. (S ≅ 15,5 dm^2)

5. Jakou výšku má těleso tvaru rotačního komolého kužele, jsou-li poloměry podstav 4 m a 3 m, objem 465 m^3? (12 m)
6. Povrch rotačního komolého kužele je S = 7 697 m^2, průměry podstav jsou 56 m a 42 m. Určete výšku kužele. (24 m)
7. Nádoba z plechu ve tvaru pravidelného komolého jehlanu má horní hranu 22 cm, dolní hranu 10 cm a výšku 8 cm. Vypočítejte hmotnost nádoby, když 1 m^2 má hmotnost 13 kg. (96,2 g)
8. Budova má tvar komolého jehlanu s podstavou čtverce. Je vysoká 80 m. U země má šířku 100 m. Sklon zdí se zemí je 70°. Na střeše bude podlaha z mramorových desek o rozměrech 50 x 50 cm. Kolik mramorových desek bude zapotřebí? (7 056)
9. Průměr bazénu ve tvaru komolého kužele má průměr na hladině je 2,5 m, průměr dna je 3 m. Jak dlouho se vypouští bazén hluboký 80 cm, pokud voda vytéká rychlostí 15 litrů za sekundu? (5 min)

10. Mrakodrap má tvar kom. kužele. Dolní průměr je 60 m, horní 20 m. Obsah pláště je 12 811 m^2. Vypočítejte kolik podlaží má budova, když jedno podlaží má výšku 3,7 m. (27 podl.)
11. Kolik procent objemu komolého jehlanu zabírá komolý kužel o stejné výšce, který má průměry rovny velikosti horní hrany 4 dm a dolní hrany 6 dm. (78,5 %)



12. Z jehlanu jsme seřízli vršek v polovině výšky. Kolikrát menší je objem seříznuté části oproti celku. Jaký je povrch komolého tělesa, které vznikne seříznutím špičky? a = 4 cm, b = 2 cm. (7x)

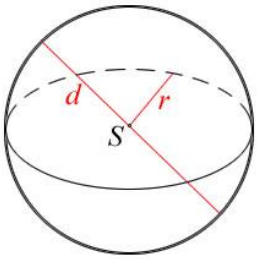


13. Pravidelný čtyřboký komolý jehlan má obsah obou podstav dohromady 5 dm^2. Horní podstava je 4x menší než dolní. Objem jehlanu je 2 333 ml. Urči výšku jehlanu a celkový povrch.

Koule

$$S = 4.\pi.r^2 = \pi.d^2$$

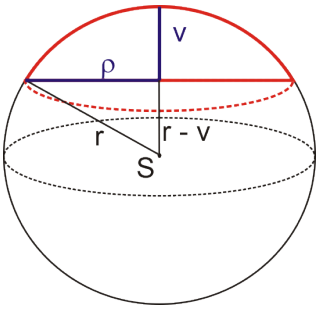
$$V = \frac{4.\pi.r^3}{3}$$

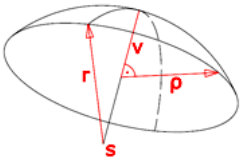


Vrchlík, kulová úseč

$$S = 2.\pi.r.v$$

$$V = \frac{\pi.v.(3\rho^2 + v^2)}{6}$$





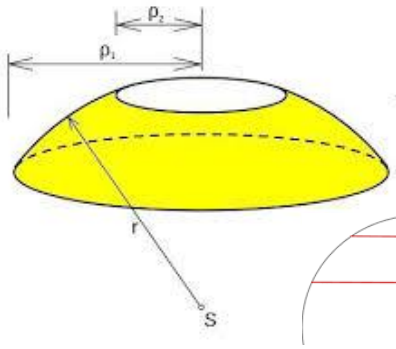
Kulový pás, kulová vrstva

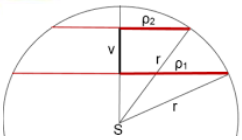
$$S = 2.\pi.r.v$$

$$V = \frac{\pi.v.(3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 + v^2)}{6}$$

ρ_1 – horní poloměr kulové vrstvy

ρ_2 – dolní poloměr kulové vrstvy





Koule

1. Vypočítejte objem a povrch koule o poloměru 3 cm.
2. Vypočítejte povrch a objem polokoule o průměru 20 cm.
3. Koule má objem 5 litrů. Vypočítejte její průměr.
4. Jaký objem má koule o povrchu 10 m^2.
5. V lehké atletice při vrhu koulí používají muži kouli o hmotnosti 7,5 kg a ženy 5 kg. Hustota oceli je 7 800 kg/m^3. O kolik mm je průměr koule pro muže větší než průměr koule pro ženy? (asi 15,4 mm)
6. Objem duté koule je 3 432 cm^3. Jaký je její vnitřní průměr, když tloušťka stěny je 3 cm? (8 cm)
7. Skleněná polokoule byla naplněna vodou po okraj. Voda má objem jeden litr. Jak je velká plocha, která je smáčena vodou?

8. Poloměr zeměkoule je 6 378 km.

   Vypočítej objem zeměkoule v hektolitrech.

   (10^{22})

9. Mosazná koule má vnější průměr 12 cm, tloušťka její stěny je 2 mm. Určete hmotnost koule, je-li hustota mosazi 8500 kg/m^3.